

## Schneeballverfahren und verwandte Stichprobendesigns

Gabler, Siegfried

Veröffentlichungsversion / Published Version  
Zeitschriftenartikel / journal article

Zur Verfügung gestellt in Kooperation mit / provided in cooperation with:  
GESIS - Leibniz-Institut für Sozialwissenschaften

### Empfohlene Zitierung / Suggested Citation:

Gabler, S. (1992). Schneeballverfahren und verwandte Stichprobendesigns. *ZUMA Nachrichten*, 16(31), 47-69. <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssoar-210848>

### Nutzungsbedingungen:

Dieser Text wird unter einer Deposit-Lizenz (Keine Weiterverbreitung - keine Bearbeitung) zur Verfügung gestellt. Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

### Terms of use:

This document is made available under Deposit Licence (No Redistribution - no modifications). We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document. This document is solely intended for your personal, non-commercial use. All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.

# SCHNEEBALLVERFAHREN UND VERWANDTE STICHPROBENDESIGNS<sup>1)</sup>

*Siegfried Gabler*

Das Auswählen von Einheiten über Schneeballverfahren ist ein häufig verwendetes Vorgehen, um Subpopulationen zu erheben, die durch ein Zufallsverfahren - wegen der sehr hohen Kosten - nicht erreichbar sind, weil deren Anteil in der Grundgesamtheit sehr gering ist und/oder nur besonders motivierte und geschulte Interviewer bereit sind, solche Erhebungen durchzuführen. Die Einheiten dieser Spezialgesamtheiten sind oft durch ein Netzwerk verbunden. Beispiele für die Anwendung von Schneeballverfahren oder ähnlicher "aufsteigender" Auswahltechniken sind im Drogenbereich oder in Umfragen bei bestimmten sozialen Gruppen zu finden. Die Verallgemeinerbarkeit der in der Stichprobe gefundenen Ergebnisse hängt von vielen Faktoren ab; neben der Struktur des Netzwerkes spielt etwa die Auswahl der Initialstichprobe eine große Rolle. Ernste Probleme liegen in der dem Verfahren innewohnenden Verzerrung. Lösungsansätze zur Generalisierbarkeit bei Schneeballverfahren sind zum Teil erst in jüngster Zeit entwickelt worden.

## 1. Abkehr von klassischen Stichprobendesigns

Bei vielen sozialwissenschaftlichen Untersuchungen geht es heute um Spezialpopulationen, die mit den üblichen wahrscheinlichkeitstheoretisch begründeten Stichprobenplänen nur schwer oder gar nicht zu erheben sind. Die Ursache dafür ist etwa der geringe Anteil dieser Gruppe an der Gesamtheit. So ist beispielsweise der Anteil der Drogenabhängigen einer Großstadt - gemessen an der Gesamtbevölkerung - zu klein, als daß die klassischen Stichprobendesigns eine ausreichende Anzahl von Personen in einer Stichprobe liefern würden. Ein zweites Problem besteht darin, daß manche Personengruppen, wie z.B. Wohnsitzlose, nur schwer zu erreichen sind. Die Zielpopulationen der beiden Beispiele sind schwer zu fassen und haben eines gemeinsam: Es fehlt ein

adäquater Auswahlrahmen (frame), der nötig ist, um den Einheiten der Population bekannte Auswahlwahrscheinlichkeiten zuordnen zu können. Eine geeignete Liste der Erhebungseinheiten gibt es eben nicht. Kish (1988) hat die Probleme, die im Zusammenhang mit der Auswahl - bei in diesem Sinn schwierigen Populationen - auftreten können, in zehn Klassen eingeteilt.

1. Rare items, small domains and small area estimation.
2. Noncoverage, nonresponses, missing items and imputations.
3. Mobility, mobile and nomad populations, diurnal and seasonal mobility, de facto/de jure and "daytime" populations, random timers for changing activities.
4. Multiple events, waiting times, and large observational units.
5. Network sampling.
6. Multiple occupancy of areas, of periods, and of causes.
7. Changing units in panel studies: families, firms, communities.
8. Samples cumulated over time.
9. Changing variables: population censuses, economic indicators, labor statistics, health indexes.
10. Trace sampling and unobtrusive observations.

Zu 1.: Beispiele für Populationen mit seltenen Merkmalen sind etwa Hundert-jährige oder Millionäre. Beispiele für seltene Gruppen (small domains) sind Mexikaner in Amerika. Sind die Bereiche kleine Flächen (small areas) ergibt sich die Frage der Regionalisierbarkeit. Kish schlägt acht Methoden zur Bewältigung dieser Probleme vor: Screening, mehrphasige Auswahl, disproportional geschichtete Auswahl, Mehrzweck Stichproben (multipurpose samples), spezielle Listen, große Cluster, Auswahl mit Vielfachheiten (multiplicity sampling), Ziehen von Stapelstichproben (batch sampling, etwa bei klinischen Tests).

Zu 2.: Nichtüberdeckung (Noncoverage) liegt dann vor, wenn die Erhebungseinheiten nicht alle Untersuchungseinheiten enthalten. Durch Verwendung mehrerer Listen können diese Probleme beseitigt oder zumindest gemildert werden. Nichtantworter (Nonresponse) teilen sich in Verweigerer und nicht Angetroffene (not at home). Unvollständig ausgefüllte Fragebögen (missing items) und die ganze Problematik der Imputationen mit den dazu entwickelten Techniken gehören in diese zweite Gruppe. Durch Verwendung mehrerer Listen können diese Probleme beseitigt oder gemildert werden.

Zu 3.: Diese Populationen haben alle die Eigenschaft mangelnder Stabilität und erfüllen damit nicht die Voraussetzung für adäquate Erhebungslisten. Bei-

spiele sind Tierpopulationen von Fischen, Vögeln und Insekten, die gefangen/markiert/ausgesetzt und wiedergefangen (Capture/recapture) werden. Andere Beispiele sind Eigentümer von Ferienhäusern, Saisonarbeiter, Wohnsitzlose usw.

Zu 4.: Beispiele für multiple Ereignisse sind Besuche der Patienten von Ärzten, der Kunden von Geschäften, Besucher von Museen und Bibliotheken. Zur Vermeidung von Auswahlverzerrung können variierende Auswahlwahrscheinlichkeiten verwendet werden. Gewichtung ist in diesem Zusammenhang ein beliebtes Reparaturwerkzeug.

Zu 5.: Stichproben aus Netzwerken (Multiplicity Sampling), werden später genauer untersucht. Zu diesem Problemkreis zählt Kish auch die Schneeballverfahren zur Bildung von Listen seltener Populationen.

Zu 6.: Beispiele sind der Anbau von verschiedenen Getreidesorten auf demselben Stück Land während eines Jahres oder sogar gleichzeitig. Vielfache Gründe und Motive für Verhalten und Eigenschaften werden oft aufgezeichnet und können sich daher auf über 100 Prozent summieren.

Zu 7.: Bei Panelstudien ist zu beachten, daß sich die Zusammensetzung der Familien ändert, Familienmitglieder ziehen aus, sterben oder es werden Kinder geboren. Analoges gilt für Firmen. Längsschnittstudien bei Gruppen müssen über Prozesse hinwegsehen oder diese erklären, die dafür verantwortlich sind, daß sie ihre Identität behalten, obwohl sie konstanten Wechsels durch Wanderungen, Lebenszyklen sowie Grenzveränderungen unterzogen sind.

Zu 8.: Durch die Anhäufung von Stichproben etwa bei periodisch durchgeführten Erhebungen stellt sich das Problem ihrer Kombinierung.

Zu 9.: Wechsel der Erhebungsmerkmale bringen andere Probleme als Wechsel der Erhebungseinheiten.

Zu 10.: Hierzu gehören beispielsweise Erhebungen von Fossilien, Grabsteinen, Tagebüchern und Briefen.

Wie bereits angeführt, machen stetige Änderungen und Bewegungen mancher Populationen sie schwer faßbar. Die Erreichbarkeit einer ausreichenden Zahl von Einheiten solcher Populationen ist durch klassische Stichprobenpläne nicht gewährleistet. Hinzu kommt, daß die Genauigkeit der Daten bei solchen Spezialpopulationen, wie z.B. bei Drogenabhängigen, sicher stärker vom Interviewer abhängt als bei allgemeinen Bevölkerungsumfragen. Der Ort des Interviews ist in der Regel nicht eine gemütliche Wohnung, sondern dem Milieu entsprechend ein Nachtclub, ein Bahnhofsvorplatz usw. Der Zeitpunkt für das Interview ist häufig mitten in der Nacht.

Die Besonderheit an solchen Populationen wiederum ist, daß zwischen den Einheiten dieser Populationen Beziehungen bestehen. Eine Auswahlmöglichkeit, die in diesem Rahmen in der Praxis häufig angewendet wird, bietet die Schneeballmethode. Sie gehört zu einer Gruppe von sogenannten "aufsteigenden" Auswahlmethoden. Solche Verfahren bestimmen ausgehend von einer Teilmenge andere Einheiten, die in die Stichprobe aufgenommen werden. Die Klassifikation zwischen aufsteigenden und absteigenden Stichprobenmethoden geht auf Van Meter (1990a,b) zurück. Werden absteigende Methoden, zu denen die klassischen Stichprobenverfahren zählen, eher bei allgemeinen Bevölkerungsumfragen verwendet, so benötigt die Untersuchung seltener oder versteckter Populationen die Verwendung aufsteigender Methoden.

Ein Beispiel soll die Methode verdeutlichen. Bei dem Projekt "Armut auf dem Lande" der Universität Trier war es möglich, über die Sozialämter an Personen zu gelangen, die Sozialhilfe empfangen, weil sie unter der Armutsgrenze liegen. Der Kreis dieser Personen erfaßt jedoch sicher bei weitem nicht alle unter oder in der Nähe der Armutsgrenze liegenden Personen. Eine Zufallsstichprobe von Personen aus den Einwohnermelderegistern dieser Region oder nach dem Random Route Verfahren hätte sicherlich keine Aussicht, eine ausreichende Stichprobe von Personen mit diesem Merkmal der Armut zu produzieren. In den Fragebogen, den die Sozialhilfeempfänger erhielten, wurde daher die Schneeballfrage aufgenommen: "Wir würden gerne mit Personen oder Familien, die ein ähnlich niedriges Einkommen, wie Sie haben, ebenfalls ein Gespräch führen. Können Sie uns Namen und Adressen nennen? Sie würden uns damit sehr weiterhelfen!"

Natürlich stellt sich die Frage nach der Verallgemeinerbarkeit der Ergebnisse, die mittels des Schneeballverfahrens als Stichprobentechnik gewonnen werden. Was läßt sich über die Verzerrung sagen? Im Februar dieses Jahres fand in Groningen (Holland) ein Workshop statt, der diese Fragen untersuchte. Allgemein kann man sagen, daß die Verwendung von Schneeball- und ähnlichen Methoden sowohl dazu dient, ein Netzwerk zu beobachten, Sozialstrukturen zu analysieren und Schlüsse über Beziehungen vorzunehmen, als auch ein zweckmäßiges Vorgehen ist, um eine ausreichende Anzahl Mitglieder von Spezialpopulationen ausfindig zu machen.

## 2. Historischer Rückblick

Coleman (1958) wies darauf hin, daß das Augenmerk bei Erhebungen sich bisher meist auf Individuen richtete und dabei die Sozialstruktur im Sinne von

Beziehungen zwischen den Individuen vernachlässigt wurde. Ein Wechsel zeichnete sich ab. Als Stichprobenplan verwendete Coleman das Schneeballverfahren und Totalerhebungen in kleinen Einheiten (Saturation Sampling). Das Vorgehen beim Schneeballverfahren verläuft nach Coleman wie folgt: Man interviewe zunächst eine kleine Stichprobe von Personen, frage nach den besten Freunden, interviewe diese Freunde und frage nach deren Freunden usw. Bei der Saturation Methode wird jeder innerhalb einer Sozialstruktur interviewt. Die Fragen beziehen sich auf die Sozialstruktur unter den Befragten. Die Zahl der Mitglieder einer Sozialstruktur muß in der Regel bekannt und klein sein.

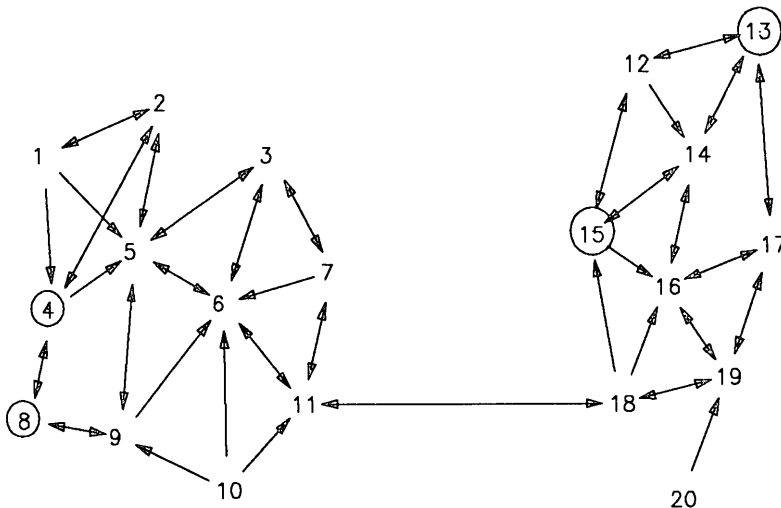
In seinem klassischen Artikel "Snowball Sampling" arbeitete Leo Goodman (1961) die Vorschläge Colemans durch die Definition eines statistischen Modells aus. Das Schneeballverfahren mit  $s$  Stufen und  $k$  Namen ist wie folgt definiert: Eine Zufallsstichprobe von Individuen wird aus einer gegebenen endlichen Population gezogen. (Die Art und Weise dieser Ziehung wird bei Coleman später diskutiert.) Alle Individuen werden gebeten,  $k$  verschiedene Individuen in der Population zu benennen, wobei  $k$  eine vorgegebene natürliche Zahl ist. Zum Beispiel wird jedes Individuum gebeten, seine  $k$  besten Freunde zu benennen. Die Individuen, die nicht in der Zufallsstichprobe sind, aber von den Individuen genannt wurden, bilden die erste Stufe. Alle Individuen der ersten Stufe werden dann gebeten,  $k$  verschiedene Individuen in der Population zu benennen. (Dabei wird angenommen, daß die Frage, die den Individuen in der Zufallsstichprobe und dann in jeder Stufe gestellt wird, dieselbe ist, und daß  $k$  für alle Stufen gleich bleibt.) Die Individuen, die weder in der Zufallsstichprobe noch in der ersten Stufe waren, aber von den Individuen der ersten Stufe benannt wurden, bilden die zweite Stufe. Alle Individuen der zweiten Stufe werden gebeten,  $k$  verschiedene Individuen in der Population zu benennen. Die Individuen, die weder in der Zufallsstichprobe noch in der ersten oder zweiten Stufe waren, aber von den Individuen der zweiten Stufe benannt wurden, bilden die dritte Stufe. Alle Individuen der dritten Stufe werden gebeten,  $k$  verschiedene Individuen in der Population zu benennen... Dieser Prozeß wird solange fortgesetzt bis alle Individuen in der  $s$ -ten Stufe gebeten werden,  $k$  verschiedene Individuen in der Population zu benennen." Soweit die Übersetzung des Zitats von Goodman. Die Zufallsstichprobe, das heißt die nullte Stufe in der Schneeballstichprobe, wird derart gezogen, daß die Wahrscheinlichkeit  $p$ , daß ein bestimmtes Individuum in der Population in die Stichprobe gelangt, unabhängig davon ist, ob ein anderes bestimmtes Individuum darin schon vorhanden ist oder nicht. Diese Art von Stichprobenziehung

heißt binomiales Stichprobenverfahren (Binomial Sampling). Dies ist eine spezielle Form der Poisson Auswahl (Stenger 1986). Realisiert werden kann dieses Verfahren durch Werfen einer Münze, die bei einmaligem Wurf mit Wahrscheinlichkeit  $p$  Kopf liefert. Ein Individuum gelangt in die Stichprobe, wenn Kopf geworfen wird, sonst nicht. Der Stichprobenumfang wird damit zufallsabhängig. In der Praxis wird die Münze natürlich durch einen Zufallsgenerator ersetzt. Bei Verwendung von Goodmans Schneeballverfahren können statistische Schlüsse über die Population der Individuen und über die Struktur der Beziehungen gemacht werden. In der Praxis zeigt sich bei Goodmans Vorgehen jedoch eine Menge von Problemen.

Erickson (1979) schrieb einen Übersichtsartikel, in dem sie verschiedene Probleme diskutiert, die bei Schlüssen aus Kettendaten (Chain Data) auftreten. Ein wichtiger Punkt ist dabei die Unterscheidung von kettenbezogenen Stichproben und Netzwerkstichproben. Beide Methoden dienen der Untersuchung großer Netzwerke. Dichte oder Anteil aller möglichen Bindungen, die tatsächlich existieren, können durch Netzwerkstichproben untersucht werden. Das folgende Beispiel dient Erickson dazu, die Methoden zu verdeutlichen. Die Abbildung 1 zeigt ein hypothetisches Netzwerk.

Besteht die gezogene Stichprobe aus den Einheiten 4, 8, 13, 15, so würde man in einer Netzwerkuntersuchung eine Liste der vier Namen im Netzwerk anfertigen und die Leute fragen, wen sie davon kennen. Die geschätzte Dichte wäre im Beispiel (bei Vernachlässigung der Pfeilrichtungen)  $1/(4 \text{ über } 2) = 1/6 = 0,167$  im Gegensatz zur gesamten Netzwerkdichte von  $35/(20 \text{ über } 2) = 35/190 = 0,184$ . Offensichtlich ist es mit dieser Methode nur in einem Fall möglich, zwischen den beiden Gruppen eine Beziehung zu finden, nämlich wenn die 11 und 18 in die Stichprobe gelangen. Indirekte Verbindungen innerhalb eines Netzwerkes können nur mit Kettenmethoden aufgespürt werden und nicht mit Netzwerkstichproben. Bei Kettenstichproben käme man etwa von Person 6 über 11 und 18 zu Person 16.

Abbildung 1: Ein hypothetisches Netzwerk (nach Erickson 1979)



Aus der Sicht von Erickson lassen sich vier Dinge aus Kettendaten gewinnen: Inferenz über Individuen, Inferenz über Ketten (z.B. Länge von Ketten), Inferenz über den Kettenprozeß und Inferenz über Netzwerke (z.B. Netzwerk-dichte). Probleme, denen der Forscher begegnet, wenn er Schlüsse aus Daten zieht, die mit dem Schneeballverfahren zur Sammlung von Kettendaten gewonnen werden, beschreibt Erickson ausführlich:

- a) Verzerrung kann aus verschiedenen Gründen auftreten.
  - Wegen Verletzung der Privatsphäre werden kooperative Befragte im Netzwerk überrepräsentiert sein.
  - Isolierte Individuen sind unterrepräsentiert; Individuen mit ausgedehnten Kontakten und Bekanntschaften überrepräsentiert.
- b) Individuen, die nicht in der nullten Stufe vertreten sind, können nicht als zufällig ausgewählt betrachtet werden.
- c) Nonresponse Problem.
- d) Individuen haben mehr oder weniger Beziehungen als sie zu nennen gebeten werden (Masking).



- e) Kettenprozesse (bei Goodman nicht erlaubt).
- f) Genaues Inklusionskriterium ist nicht klar.

Eine wichtige Frage bei Schlüssen über Netzwerkstrukturen ist, ob die erhaltene Netzwerkstruktur das wirkliche Muster der Beziehungen widerspiegelt oder sie durch die Kettenprozesse verzerrt ist. Biernacki/Waldorf (1981) räumen mit der Ansicht auf, daß Schneeballmethoden einmal gestartete Stichproben irgendwie selbst in wundersamer, gleichzeitig mysteriöser und undurchsichtiger Weise fortsetzen. Sogenannte Kettenbriefe wären dafür ein Beispiel. Der Forscher muß aktiv und wohlüberlegt die Anfangsstichprobe entwickeln, sowie Fortgang und Beendigung des Stichprobenprozesses kontrollieren. Biernacki/Waldorf untersuchen diesen Prozeß, geben eine Beschreibung und Analyse der Verfahren und Probleme und zeigen Lösungsmöglichkeiten auf. Dazu verwenden sie eine relativ große Studie von ehemaligen Heroinsüchtigen. Im weiteren stoßen sie auf fünf Problemfelder:

1. Auffinden von Befragten und Starten von Ketten.
2. Verifizieren der Auswählbarkeit potentieller Befragter.
3. Gewinnen von Befragten als Helfer.
4. Kontrollieren von Kettentypen und der Zahl der Fälle in jeder Kette.
5. Durchgehen und Durchsehen der Ketten auf Datenqualität.

Zu 1.: Es ist sicherlich einfacher Polizisten oder Schullehrer zu finden als etwa ehemalige Drogensüchtige, die ohne Therapiebehandlung trocken wurden. Die geringe soziale "Sichtbarkeit" schafft ernste Probleme zur Lokalisierung und Kontaktierung von Personen zur Befragung. Die Methode einer großen repräsentativen Stichprobe zum Zwecke des Screenings scheidet aus Kostengründen oft aus. Eine Stichprobe nach einem vorgegebenen Stichprobenplan zu ziehen ist unmöglich, da die Merkmale der Spezialpopulation nicht bekannt sind. Der Zugriff zur Bildung der Initialstichprobe wird eventuell durch andere Untersuchungen möglich. Die Veteranen des Vietnam-Krieges, die während der Zeit ihres Einsatzes in Vietnam drogensüchtig waren, sind Beispiele für solche Personen, die nach Rückkehr in die USA ohne Therapiebehandlung von der Droge weggekommen sind und damit die weitverbreitete Meinung 'einmal rauschgift-süchtig, immer rauschgift-süchtig' Lügen straft. Andere interessante Gruppen sind die 'Anonymen Alkoholiker', weil als Folge der Abkehr vom Rauschgift jetzt Alkohol als Suchtmittel genommen wird. Ehemalige Süchtige findet man bei ehemaligen Strafgefangenen und Verbrechern. Das Finden von sogenannten "doorkeepers", also Pfortnern einer Kette, ist von entscheidender Bedeutung für die Qualität der ganzen Untersuchung.

Zu 2.: Nicht alle willigen Befragten waren tatsächlich ehemalige Heroinsüchtige. Manche lockte nur das Honorar von \$20.

Zu 3.: Beim Anwerben von Befragten als Forschungshelfer sind zwei Dinge zu unterscheiden:

- a) Aufgrund der Schneeballmethode wird jeder Befragte de facto zum indirekten Forschungshelfer, da er gebeten wird, andere Personen in ähnlicher Lage zu benennen.
- b) Um als Forschungshelfer angestellt zu werden, ist es wichtig, daß der Forscher Vertrauen zu ihm haben kann. Er muß das Gefühl haben, daß die Person das Untersuchungsziel verstanden hat und in der Lage ist, anderen das Projekt in geeigneter Weise nahezubringen.

Zu 4.: Ob und wie stark auf den Ablauf des stichprobenbildenden Prozesses Einfluß genommen werden soll, hängt etwa vom Stadium des Prozesses zusammen. Der Beginn ist oft rein explorativ; das Ziel ist es, irgendwie zu starten. Dies ähnelt einem Angler, der an verschiedenen Stellen Fallen aufstellt, in der Hoffnung, daß durch den Köder Fische angelockt werden. Mit der Zeit hat er von einer Fischart nach seinen Vorstellungen genügend gefangen, und er ist bestrebt, andere zu bekommen. Er ändert vielleicht den Köder, wechselt die Fangplätze usw. Im Falle des Forschers zeigt sich ein ähnliches Bestreben, eine möglichst breite Palette der Merkmale der Grundgesamtheit in der Stichprobe vertreten zu haben. Sie sollte Männer und Frauen, Personen verschiedenen Standes und aus unterschiedlichen Regionen und Berufen enthalten. Die Kontrolle des Stichprobenprozesses wirkt im Prozeßverlauf dadurch selektiv. Sie sollte daher auf inhaltlichen und theoretischen Gründen basieren. Wird der Einfluß in den Prozeß zu restriktiv, gerät das Ganze in die Nähe von Quotenstichproben.

Zu 5.: Die Geschwindigkeit, in der sich eine Stichprobenkette entwickelt, muß vom Forscher in dem Sinne bestimmt oder beeinflußt werden, daß ihr Anwachsen von Zeit zu Zeit beschleunigt, verlangsamt oder zeitweise gestoppt wird. Das Überwachen und Prüfen der Datenqualität ist zwar gewiß kein Problem das allein den Daten aus Schneeballmethoden anhaftet, spezielle Probleme erwachsen jedoch bei Methoden in explorativen Untersuchungen, die keine festbegrenzten Interviews vorschreiben. Es muß darauf geachtet werden, welche Daten bei solchen Interviews notiert werden und welche nicht. Eine gute Überprüfungsmöglichkeit ist dann gegeben, wenn die Interviews mit Tonband aufgezeichnet wurden.

Am Ende ihres Artikels führen auch Biernacki/Waldorf aus, daß ein wichtiger Aspekt die Frage der Verallgemeinerbarkeit von aus Schneeballverfahren gewonnenen Daten ist. Sind die Ergebnisse allein auf die Stichprobe beschränkt? Können sie auf eine größere Population - welche die soziodemographischen Merkmale der Stichprobe teilt - verallgemeinert werden? Ein weiterer Punkt ist, in welchem Ausmaß Schneeballverfahren von sozialen Netzwerken abhängig sind? Handelt es sich um bestimmte Netzwerktypen? Können quantitative Methoden wie Loglineare Modelle helfen, qualitative Verfahren zu formalisieren? Die Probleme, die Erickson und Biernacki/Waldorf aufzeigen, kommen auch daher, daß der ursprüngliche Zweck von Schneeballverfahren, Sozialstrukturen zu studieren, sich zum zweckmäßigen Mittel änderte, die Mitglieder von Spezialpopulationen zu lokalisieren.

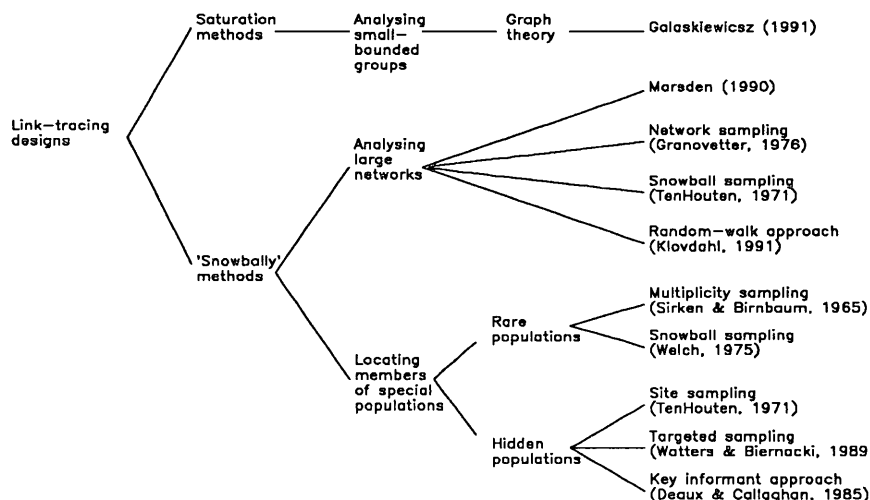
Das Studieren von Sozialstrukturen wurde in der Graphentheorie entwickelt. Colemans Grund, Schneeballstichproben zu verwenden, war die Untersuchung von Sozialstrukturen oder graphentheoretisch gesprochen, die Analyse großer Netzwerke. Neuere Diskussionen um das Ziehen von Stichproben und die Analysen großer Netzwerke geben Marsden (1990), Galaskiewicz (1991) und schließlich Klov Dahl (1989, 1992) mit dem Random-Walk Ansatz. Dieser läuft wie folgt ab:

1. Ein Individuum der Population wird zufällig ausgewählt (Initialer Knoten eines Random Walks).
2. Dieses Individuum wird befragt. Es wird gebeten, Namen und Adressen solcher Personen zu benennen, zu denen eine bestimmte soziale Bindung besteht.
3. Eine der genannten Personen wird zufällig ausgewählt und ist die nächste, die befragt wird usw.

Für die Behandlung seltener Populationen gibt es drei hervorragende Übersichtsartikel: Sudman/Kalton (1986), Kalton/Anderson (1986) und Sudman/Sirken/Cowan (1988). Ein beliebtes Verfahren zum Aufspüren von Individuen solcher seltener Populationen ist das "Multiplicity Sampling". Dies ist ein Synonym für "Network Sampling". Ursprünglich wurde es entwickelt, um die Verbreitung seltener Krankheiten zu finden. Das Individuum ist mit einer Gruppe von verwandten Personen verbunden, die über ihn berichten können. Er selbst kann über andere Verwandte (eventuell einschließlich über sich selbst) etwas sagen. Die Gruppe der verwandten Personen, über die er berichten kann, heißt Cluster, die Gruppe der Verwandten, die über ihn berichten können, heißt Netzwerk. Beide, Netzwerk und Cluster brauchen nicht

übereinzustimmen. Granovetter (1976) beschäftigte sich schon früh mit Netzwerkstichproben. Eine historische Übersicht über "Linktracing", also Verbindung aufspürende Stichprobenmethoden, gibt Spreen (1992, siehe Abbildung 2).

Abbildung 2: Historical Overview of link-tracing designs (nach M. Spreen 1992)



### 3. Verallgemeinerungen, Statistische Inferenz, Schätzungen

TenHouten (1992) weist nochmals darauf hin, daß Schneeballverfahren nicht nur verwendet werden, um auf Elemente einer Population Zugriff zu bekommen, sondern um Information zu gewinnen über das Netzwerk der sozialen Positionen und sozialen Rollen von Personen in einer sozialen Struktur. Dies geschieht entweder durch Konstruktion eines gerichteten Graphen oder durch Angabe einer Berührungsmatrix  $W$ , mit  $w_{ij}=1$ , falls Person  $i$  Person  $j$  benennt. Die beiden Möglichkeiten verdeutlicht TenHouten in folgenden Bildern (Abbildungen 3 und 4).

Abbildung 3: nach Ten Houten (1992)

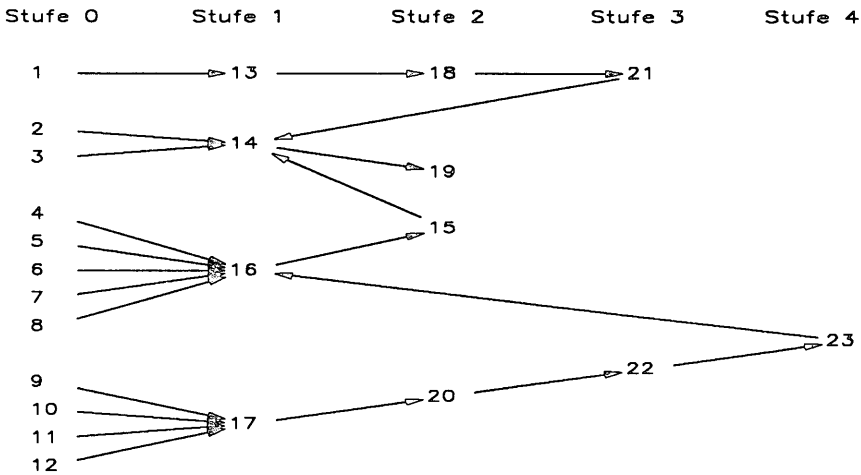


Abbildung 4: nach Ten Houten (1992)

	1										2												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0

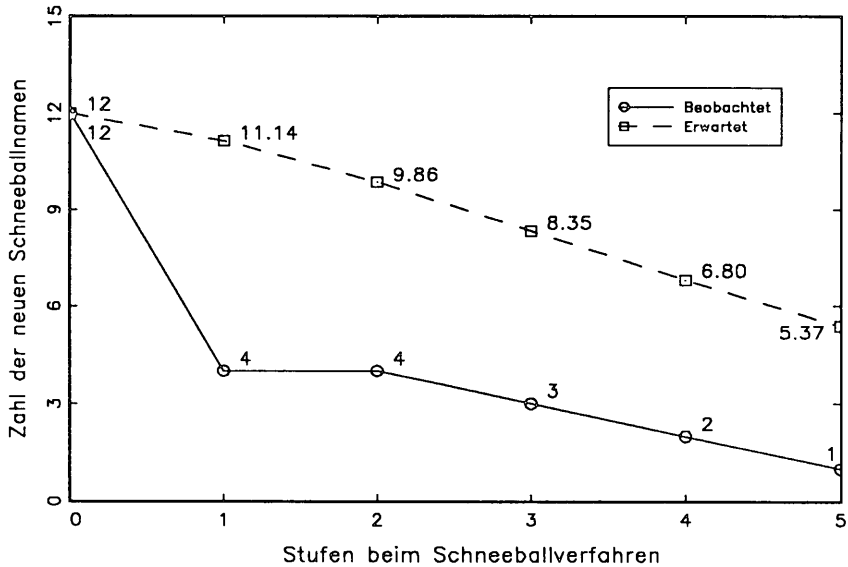
Mit Hilfe der Stichprobenmatrix ist es möglich globale Eigenschaften der entsprechenden Populationsmatrix zu schätzen: Netzwerkdichte, die Zahl der gegenseitigen Nennungen, die Zahl der Zyklen verschiedener Längen und anderes. Kontextbezogene Eigenschaften der Personen in der Stichprobe schließen Innengradzentralität, soziale Isolation, Marginalität, Cliquesmitgliedschaft und Führungsstatus ein. Die Verallgemeinerung der Stichprobenergebnisse und die Einschätzung der Rolle des Zufalls als eine mögliche Erklärung für empirische Resultate sind zwei Inferenzziele. Inwieweit statistische Inferenz von Schneeballstichproben möglich ist, hängt von der Art und Weise ab, wie die nullte Stufe der Schneeballstichprobe gezogen wurde. Wenn diese Initialstichprobe nicht zufällig ausgewählt wurde, scheint statistische Inferenz nicht gerechtfertigt zu sein. Bevor man anfängt die Struktur in einer Schneeballstichprobe zu messen und zu interpretieren, ist es ratsam zu testen, ob eine solche überhaupt vorhanden ist. Ein Ansatz dafür ist, die Zahl der Neubenennungen in jeder Stufe der Schneeballstichprobe mit der Zahl zu vergleichen, die sich bei völliger Zufälligkeit von Nennungen ergibt.

Es bezeichne  $X(s)=p(0)+p(1)+\dots+p(s)$  den Anteil der interessierenden Gesamtheit in der gesamten Stichprobe, wobei  $p(k)$  der Anteil der Neubenennungen in der  $k$ -ten Stufe bezogen auf die Gesamtheit ist. Für ein Zufallsnetz ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Element der Population zum ersten Mal in der  $t+1$ -ten Stufe erscheint gegeben durch das Produkt der Ereignisse

- a) Person wurde in keiner früheren Stufe gezogen,
- b) Person wurde von einer Person der  $t$ -ten Stufe genannt.

Die Wahrscheinlichkeit für a) ist  $1-X(t)$ . Die Wahrscheinlichkeit für b) ist  $1-[1-1/n]^{[kNp(t)]}$ . Da beide Ereignisse unabhängig sind, ergibt sich als gesuchte Wahrscheinlichkeit  $p(t+1)=\{1-X(t)\} \{1-[1-1/n]^{[kNp(t)]}\}$ . Im Beispiel ergäbe sich bei einem Populationsumfang von  $N=240$  die folgende Abbildung 5 für die beobachteten und erwarteten Zahlen der Neubenennungen in der Schneeballstichprobe für die 5 Stufen.

Abbildung 5: Beobachtete und erwartete Zahl der neuen Namen (nach TenHouten 1992)



Die Chi-Quadrat Prüfgröße des Anpassungstests ergibt 18.43, was bei vier Freiheitsgraden ein beobachtetes Signifikanzniveau kleiner 0.01 zur Folge hat. Im Beispiel würde daher die Nullhypothese eines Zufallsnetzes abgelehnt werden zugunsten eines strukturierten Netzes. Natürlich ist N in der Realität nicht bekannt. Möglichkeiten der Schätzung des Populationsumfangs werden später gegeben.

TenHouten führt noch eine Verallgemeinerung der Schneeballmethode ein, MCSS (Multi-Criterion Snowball Sampling), um die sozialen Positionen und Rollen einer Person zu beschreiben. Als Beispiel führt der Autor eine Studie in Gemeinden mit australischen Ureinwohnern an, wo der Autor die Fragen (A-C) zur Messung der sozialen Solidarität und die Fragen (D-F) zur Messung der sozialen Hierarchie heranzog.

- A. Welches sind in Ihrer Gemeinde Ihre drei engsten Freunde?
- B. Wer sind die drei Personen in Ihrer Gemeinde, vor denen Sie die größte Achtung haben?

- C. Wer sind die drei Leute in Ihrer Gemeinde, bei denen Sie sich am wohlsten fühlen?
- D. Wer sind die drei Leute in Ihrer Gemeinde, die nach ihrer persönlichen Meinung die größte Kenntnis über Gesetze, Sitten und Traditionen der Ureinwohner haben?
- E. Angenommen, Ihre Gemeinde hat ein Problem, das mit den Landrechten der Ureinwohner zu tun hat und Verhandlungen mit den Weißen in der Regierung erfordert. Wer sind nach Ihrer Meinung die drei Personen, die für die Behandlung in solch einer Situation am geeignetsten sind?
- F. Angenommen, in Ihrer Gemeinde gibt es einen Streit, deren Lösung Diskussionen und Verhandlungen auf Gemeindeebene fordert. Wer sind nach Ihrer Meinung die drei geeignetsten Personen, die die Führungsrolle dabei übernehmen sollten?

#### 4. Schätzung des Umfangs einer verborgenen Population

Im letzten Beispiel von TenHouten mußte der Umfang der Population bekannt sein. Es stellt sich die Frage, ob und wenn ja, wie diese Zahl geschätzt werden kann. Wieviele Heroin User gibt es in einer Stadt wie Groningen? Ove Frank und Tom Snijders (1992) gehen dieser Frage nach und entwickeln für Schneeballstichproben Schätzungen für den Umfang einer versteckten Population. Sie entwickeln sowohl einen Design-basierten als auch einen Modell-basierten Ansatz.

Die versteckte Population mit den Beziehungen zwischen den Mitgliedern wird als gerichteter Graph betrachtet. Die Einheiten der Population sind die Knoten (vertices), gesucht ist ihre Anzahl  $v$ . Vom Knoten  $i$  geht ein Bogen (arc) zum Knoten  $j$ , falls Einheit  $i$  bei der Befragung Einheit  $j$  nennt. Wir nehmen an, daß eine Initialstichprobe verfügbar ist. Diese könnte aus einer uneingeschränkten Zufallsauswahl aus der Erhebungsgesamtheit gewonnen worden sein, die die verborgene Population enthält. In der Praxis wird häufiger die Initialstichprobe durch "Site Sampling" gezogen. Das sind Plätze, an denen die Einheiten der verborgenen Population häufig anzutreffen sind. Leute, die Drogen nehmen, könnten an gewissen Bars, Nachtclubs oder Polizeistationen gefunden werden. Eine Liste der Untersuchungseinheiten existiert nicht. Ein einfaches Modell für die Erzeugung einer Initialstichprobe ist eine Bernoulli-Stichprobe mit konstanter, aber unbekannter Wahrscheinlichkeit  $p$ .



In Formeln:

Menge der Knoten:  $V = \{ 1, \dots, v \}$

Menge der Bögen:  $W$  Teilmenge von  $V \times V$

Initialstichprobe:  $S_0$  Teilmenge von  $V$

Indikatorvariablen:

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{für } i \text{ aus } S_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$Y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{falls der Graph einen Bogen von } i \text{ nach } j \text{ enthält} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$Y=(Y_{ij})$  heißt Berührungsmatrix des Graphen. Wir setzen die Diagonale von  $Y$  als Einservektor voraus. Dies bedeutet, daß  $W$  alle Schlingen enthält. Der  $i$ -te Außengrad besteht aus der  $i$ -ten Zeilensumme von  $Y$  und gibt die Zahl der Einheiten von  $V$  an, die die  $i$ -te Einheit nennt. Der  $j$ -te Innengrad  $b_j$  besteht aus der  $j$ -ten Spaltensumme von  $Y$  und ist die Zahl der Einheiten in  $V$ , die Einheit  $j$  benennen. Wir definieren  $b_j = \sum Y_{ij}$ . Eine Schneeballstichprobe  $S_0 \cup S_1 \cup \dots \cup S_K$  besteht aus einer disjunkten Vereinigung von  $K+1$  Teilmengen von  $V$ .  $K$  ist die Zahl der Stufen oder Wellen des Schneeballs und  $S_{K+1}$  die erste leere Menge in der Folge  $S_1, S_2, \dots$ . In  $S_1$  sind die Elemente von  $V$  enthalten, die nicht in  $S_0$  sind, aber von den Einheiten in  $S_0$  genannt wurden. Analog  $S_2, S_3, \dots$ .

#### 4.1 Modell-basierte Schätzung

Wir nehmen an, daß die Initialstichprobe  $S_0$  eine Bernoulli Teilmenge von  $V$  ist mit Auswahlwahrscheinlichkeit  $p$ . Dies bedeutet, daß die Indikatorvariablen  $X_1, \dots, X_v$  unabhängig identisch verteilte Bernoulli-Variablen mit Parameter  $p$  sind. Der Umfang der Initialstichprobe ist dann eine binomial verteilte Zufallsvariable mit Parametern  $v$  und  $p$ . Wir nehmen weiter an, daß die Bogenmenge  $W$  eine Bernoulli Teilmenge von  $V \times V$  ist mit Auswahlwahrscheinlichkeit 1 für Schlingen und Auswahlwahrscheinlichkeit  $q$  sonst. Dies bedeutet, daß  $Y_{ii}=1$  ist und  $Y_{ij}$  für  $i$  verschieden  $j$  unabhängig identisch verteilte Zufallsvariablen mit Parameter  $q$  sind. Die zu schätzenden Parameter des Modells sind also  $v, p$  und  $q$ . Eine tiefgestellte Null bezieht sich im folgenden auf Aussagen, die bei Kenntnis der Initialstichprobe getroffen werden. Ist  $R$  die Zahl der Bögen in der Initialstichprobe, die keine Schleifen sind, so ist  $R_0$  binomial verteilt mit Parameter  $n(n-1)$  und  $q$ . Die unbedingte

Verteilung von  $R$  berechnet sich dann aus der Formel  $W(R=r) = \sum W(R=r|S_0)W(S_0)$ . Summiert wird über alle Initialstichproben  $S_0$ . Da beide Teilwahrscheinlichkeiten nur von der Anzahl der Elemente in  $S_0$  abhängen, ist  $W(R=r) = \sum W(R=r|n)W(n)$ , wobei  $n$  das Ereignis 'Umfang von  $S_0$  ist gleich  $n$ ' bedeutet. Summiert wird jetzt über  $n=0,1,\dots,v$ .

Wegen

$$E_0(R) = E(R|S_0) = E(R|n) = n(n-1)p$$

ist

$$E(R) = E(E_0(R)) = v(v-1)p^2q.$$

Ist  $S$  die Anzahl der Bögen von  $S_0$  in  $S_1$ , so ist  $S$  bedingt auf  $S_0$  binomialverteilt mit Parametern  $n(v-n)$  und  $q$ . Die unbedingte Verteilung ergibt sich wie oben. Daher ist

$$E_0(S) = E(S|S_0) = E(S|n) = n(v-n)q$$

und

$$E(S) = E(E_0(S)) = v(v-1)p(1-p)q.$$

Bedingte Momentenschätzer von  $q$  und  $v$  können daher aus den beiden Gleichungen  $r=n(n-1)q$  und  $s=n(v-n)q$  gewonnen werden.  $r$  bzw.  $s$  sind die Realisationen von  $R$  bzw.  $S$ .

Daraus folgt

$$q_1 = r/[n(n-1)]$$

$$v_1 = n + (n-1)s/r.$$

Unbedingte Momentenschätzer von  $p$ ,  $q$  und  $v$  erhält man durch Lösung der drei Gleichungen:

$$n = vp$$

$$r = v(v-1)p^2q$$

$$s = v(v-1)p(1-p)q$$

als

$$p_2 = r/(r+s)$$

$$q_2 = r(r+s)/\{n[(n-1)r+ns]\}$$

$$v_2 = n(r+s)/r$$

vorausgesetzt, daß kein Nenner gleich Null ist.

Eine andere Möglichkeit, einen Momentenschätzer zu erhalten ist die folgende:  $R$  und  $S$  sind - gegeben  $S_0$  oder  $|S_0|=n$  - unabhängig. Da beide Variablen binomial verteilt sind mit demselben Wahrscheinlichkeitsparameter  $q$ , ist  $T=R+S$  ebenfalls bedingt binomialverteilt mit Parametern  $n(n-1)+n(v-n)=n(v-1)$  und  $q$ . Weiterhin ist die Zahl  $m=|S_1|$  bedingt auf  $n$  ebenfalls

binomialverteilt mit Parametern  $n-v$  und  $1-(1-q)^n$ . Die beiden Momentengleichungen

$$t = n(v-1)q$$

$$m = (v-n)[1-(1-q)^n]$$

führen zu einem  $v$  Schätzer

$$1-m/(v-n) = [1 - t/(n(v-1))]^n.$$

Die Lösung dieser Gleichung wird mit  $v_3$  bezeichnet und iterativ gewonnen. Der entsprechende  $q$  Schätzer ist dann  $q_3$ . Frank/Snijders zeigen, daß diese beiden Schätzer auch als Maximum Likelihood Schätzer herauskommen. Ein weiterer Schätzer ist aus der Tatsache abzuleiten, daß  $S$  bedingt auf  $S_0$  und  $T=R+S$  hypergeometrisch verteilt ist mit Parametern  $n(v-1)$ ,  $n(n-1)$  und  $t$ . Dies führt bei Vernachlässigung gewisser Terme zu  $vv = n + (n-1)s/(r+1)$ . Der rein mathematische Vorteil gegenüber  $v_1$  liegt darin, daß  $vv$  endlichen Mittelwert und Varianz besitzt. Aus praktischer Sicht besteht zwischen beiden Schätzern kein Unterschied, wenn  $r$  nicht zu klein ist.

Mittels der Entwicklung von  $E(S/R)$  in eine Taylorreihe ergibt sich für die Varianz von  $v_1$

$$\text{Var}(v_1 \ln) \approx [(1-q)(v-1)(v-n)]/[qn(n-1)]$$

Dies kann durch

$$\text{var}(v_1 \ln) = [(n^2 - n - r)(n-1)s(s+r)]/[n \cdot r^3]$$

geschätzt werden. Die geschätzte relative Varianz ist beschränkt durch

$$\text{var}(v_1 \ln)/v_1^2 < 1/r.$$

Für den Maximum Likelihood Schätzer  $v_3$  wird eine asymptotische Formel geliefert. Voraussetzung ist, daß

- $n$  und  $v$  gegen unendlich streben,
- der erwartete Innen- und Außengrad  $q(v-1)$  gegen eine positive Konstante  $c$  konvergiert,
- der Stichprobenanteil  $n/v$  der Initialstichprobe gegen Null konvergiert,
- $n^2/v$  gegen unendlich strebt.

Die asymptotische relative Effizienz von  $v_3$  gegenüber  $v_1$  wächst von 1 für  $c \rightarrow 0$  auf unendlich für  $c \rightarrow \infty$ .

95%-Konfidenzintervalle für  $v$  sind asymptotisch gegeben durch

$$[v_1 - 2 \text{SQRT}(\text{var}(v_1 \ln)), v_1 + 2 \text{SQRT}(\text{var}(v_1 \ln))]$$

$$[v_3 - 2(v_3 - n)/\text{SQRT}(t - m), v_3 + 2(v_3 - n)/\text{SQRT}(t - m)].$$

## 4.2 Design-basierte Schätzung

Wir betrachten  $Y_{ij}$  nicht mehr als Zufallsvariablen, sondern als unbekannte feste Parameter  $y_{ij}$ . Die Gewinnung der Initialstichprobe sei weiter durch die Bernoulli Methode gegeben. Momentenmethode liefert einen Schätzer vom Horvitz-Thompson Typ. Jackknife Technik erlaubt die Schätzung der Varianzen der Schätzer für  $v$ . Eventuelle Konsistenz der Schätzer wird von den Autoren gezeigt.

Wir haben mit  $w = \sum_{i,j} y_{ij}$

$$n = \sum_i x_i \implies E(n) = vp$$

$$r = \sum_{i \neq j} x_i x_j y_{ij} \implies E(r) = (w-v)p^2$$

$$s = \sum_{i \neq j} x_i (1-x_j) y_{ij} \implies E(s) = (w-v)p(1-p)$$

$$m = \sum_j (\max_i x_i y_{ij} - x_j) \implies E(m) = v(1-p) - S_j(1-p)^{b_j}$$

Die letzte Gleichheit folgt aus

$$E(\max_i y_{ij} X_i) = W(\max_i y_{ij} X_i = 1) = 1 - W(\max_i y_{ij} X_i = 0) = [1 - (1-p)^{b_j}].$$

Es bezeichne  $k$  die Anzahl der Bögen in der Initialstichprobe, die durch wenigstens einen Bogen zu einem anderen Knoten in der Initialstichprobe verbunden sind, in Formeln:

$$k = \sum_j X_j \max_{i \neq j} y_{ij} X_i$$

und es ist

$$E(k) = p \sum_j [1 - (1-p)^{(b_j-1)}] = pv - p \sum_j (1-p)^{(b_j-1)}.$$

Also ist

$$(1-p)E(k) = pE(m),$$

d.h.  $p = E(n/v) = E(k)/E(k+m) \implies v_4 = n(k+m)/k$  und  $p_4 = k/(k+m)$ . Ähnlich wie  $v_2$  erhält man  $v_5 = [nk + (n-1)m]/k$ .

Unter gewissen asymptotischen Situationen sind  $v_1$ ,  $v_2$  und  $v_4$  konsistente Schätzer.  $v_3$  ist unter dem Bernoulli Modell konsistent, aber nicht unter dem Modell eines beliebigen festen Graphen.

Wäre  $p$  bekannt, könnte man den Horvitz-Thompson-Schätzer

$$v_{HT}(p) = \sum_{j \in S_0 \cup S_1} 1/\pi_j = \sum_j \max_i x_i y_{ij} / \pi_j$$

verwenden. Wie oben ist  $\pi_j = 1 - (1-p)^{b_j}$ .

Da  $p$  nicht bekannt ist, kann man eine der obigen Schätzer für  $p$  verwenden. Weil Simulationsergebnisse zeigen, daß  $v_1$  etwas besser ist als  $v_2$ , und  $v_5$  etwas besser ist als  $v_4$ , setzen wir

$$v_6 = v_{HT}(p_1) = v_{HT}(n/v_1)$$

$$v_7 = v_{HT}(p_3) = v_{HT}(n/v_3)$$

$$v_8 = v_{HT}(p_5) = v_{HT}(n/v_5).$$

Offensichtlich ist es für diese Schätzer für  $v$  notwendig, die Innengrade  $b_j$  für alle Knoten in der Stichprobe zu kennen. Dies kann schwierig bzw. unmöglich sein.

Ist  $b_{ij} = \sum_h y_{hi} y_{hj}$  definiert, so läßt sich die Inklusionswahrscheinlichkeit zweiter Ordnung  $\pi_{ij}$  schreiben als:

$$\pi_{ij} = 1 - (1-p)^{b_i} - (1-p)^{b_j} + (1-p)^{b_i + b_j - b_{ij}}$$

In der Praxis wird  $b_{ij}$  selten bekannt sein.

Die beiden Autoren verwenden daher die Jackknife Technik, um Standardfehler für die abgeleiteten Schätzer berechnen zu können. Sie stellen jedoch fest, daß dieses Vorgehen hier zu große Werte für die Standardfehler ergab.

Wenn auch von den Autoren nicht erwähnt wird, wie andere Merkmale als der Umfang der Population zu schätzen sind, liegt es auf der Hand, beispielsweise den Horvitz-Thompson-Schätzer

$$Z_{HT}(p) = S_{j \in S_0 \cup S_1} z_j / \pi_j = \sum_j \max_i x_i y_{ij} z_j / \pi_j$$

für  $z_1 + \dots + z_v$  zu wählen.  $z_1, \dots, z_v$  sind die Ausprägungen des Untersuchungsmerkmals.

### 4.3 Praktische Ergebnisse

Die Autoren verwenden eine Studie über Heroin User in Groningen. Eine Schneeballstichprobe von Heroin Usern wurde gezogen, wobei die Initialstichprobe 34 Personen umfaßte, die über soziale Stellen, Ärzte und durch Aufsuchen von Treffpunkte für Heroin User ("Junkies") gefunden wurden. Es wurde dabei versucht, eine mehr oder weniger repräsentative Stichprobe zu erhalten. Die Annahme einer Bernoulli Stichprobe scheint zwar ziemlich künstlich zu sein, die Autoren glauben trotzdem, daß die verwendete Stichprobenmethode hinreichend nahe einer Bernoulli Stichprobe kommt. Zumindest die Größenordnung der Schätzungen für  $v$  dürften stimmen.

Die Zahl der Namen (mit Vielfachheiten), die aus der Initialstichprobe gewonnen wurden, war  $t=311$ , von denen 15 in der Initialstichprobe waren. Die Zahl der verschiedenen Namen waren 248, von denen  $k=11$  in der Initialstichprobe waren. Die übrigen 237 Personen bildeten die erste Welle. Die Schätzungen und dazugehörigen Standardfehler sind

$$\begin{array}{lll} v_1 = 685 & (171)_M & (140)_J \\ v_3 = 662 & (73)_M & (63)_J \\ v_5 = 745 & & (153)_J \end{array}$$

M bzw. J zeigen an, ob die Standardfehler auf dem Bernoulli Graphen Modell oder auf der Jackknife Methode basieren.

Unabhängig davon schätzt die Polizei die Zahl der Junkies in Groningen auf etwa 800. Die Größenordnung wird also nicht ganz erreicht. Dies könnte daran liegen, daß das Zentrum des Netzwerks überrepräsentiert und die Peripherie unterschätzt wird. Individuen im Zentrum eines Netzwerkes sind solche mit höherem Innen- und Außengrad.

Die Datenanforderung an die genannten Schätzer sind verschieden. Die Werte für  $r$  und  $k$  sind einfacher zu erhalten als für  $m$ . Dies liegt daran, daß die Personen in der Initialstichprobe genügend Kenntnisse vermitteln im Gegensatz zu den nicht interviewten Personen in der ersten Welle.  $v_1$  und  $v_2$  sind leichter zu berechnen als  $v_3$ ,  $v_4$  und  $v_5$ .  $v_6$ ,  $v_7$  und  $v_8$  sind nur dann berechenbar, wenn alle Personen in der ersten Welle die Frage beantworten "Wie viele Personen in der Population würden Sie als Populationselement nennen?", der Innengrad also bekannt ist. Durch Simulationsuntersuchungen zeigen die Autoren, daß  $v_1$  besser als  $v_2$  und  $v_5$  besser als  $v_4$  ist. Bei den HT-Schätzern überragte klar  $v_7$ .  $v_3$  und  $v_7$  zeigten sich bezüglich des Mean Square Fehlers  $v_5$  überlegen.

Resultat: Für praktische Zwecke empfehlen die Autoren die Verwendung des Maximum Likelihood Schätzers  $v_3$ , der auch in Fällen, in denen das Netzwerk weit entfernt von Bernoulli Graphen ist, gute Ergebnisse liefert. Die Konfidenzintervalle sind recht vertrauenswürdig. Man sollte allerdings neben  $v_3$  auch  $v_5$  berechnen, zusammen mit den Jackknife Standardfehlern. Wenn sich beide Schätzer nicht widersprechen sollte  $v_3$  verwendet werden, andernfalls kann vermutet werden, daß  $v_3$  eine nicht zu vernachlässigende Verzerrung besitzt. Dann sollte  $v_5$  verwendet werden. Die Genauigkeit der Schätzer hängt in starkem Maße von den Nennungen innerhalb der Initialstichprobe ab. Der Stichprobenplan sollte daher so ausgerichtet sein, daß die Zahl dieser Nennungen nicht zu klein ist, sonst muß mit instabilen Schätzungen gerechnet werden. Wenn ein relativer Standardfehler von maximal 10% gefordert wird und der Durchschnittsgrad nicht höher als 10 oder 12 ist, sollte der Umfang der Initialstichprobe größer als die Quadratwurzel des Populationsumfangs sein.

## Anmerkung

- 1) Dieser Artikel ist eine leicht veränderte Fassung eines Vortrags am 22. September 1992 während der Deutschen Statistischen Woche in Braunschweig. Der Autor dankt insbesondere Tom Snijders für die Zusendung der Workshop Papers und der Möglichkeit, am Workshop in Groningen teilzunehmen.

## Literatur

- Biernacki, P./Waldorf D., 1981: Snowball sampling: Problems and techniques of chain referral sampling. *Sociological Methods and Research*, 10:141-163.
- Birnbaum, Z.W./Sirken M.G., 1965: Design of sample surveys to estimate the prevalence of rare diseases: three unbiased estimates. *Vital and Health Statistics Series, Series 2*, No. 11:1-8.
- Coleman, J.S. 1958: Relational Analysis: The study of social organizations with survey methods. *Human Organization*, 17:28-36.
- Deaux, E./Callaghan J.W., 1985: Key informant versus self-report estimates of health-risk behavior. *Evaluation Review*, 9:365-368.
- Erickson, B.H. 1978: Some Problems of inference from chain data. *Sociological Methodology*, 1979:276-302.
- Frank, O./Snijders, T. 1992: Estimating hidden populations using snowball sampling. (Submitted for publication).
- Galaskiewicz, J. 1991: Estimating point centrality using different network sampling techniques. *Social Networks*:347-386.
- Goodman, L.A. 1961: Snowball sampling. *Annals of Mathematical Statistics*, 32:148-170.
- Granovetter, M. 1976: Network sampling: some first steps. *American Journal of Sociology*, 81:1267-1303.
- Kalton, G./Anderson D.W., 1986: Sampling rare populations. *Journal of the Royal Statistical Society A*, 149:65-82.
- Kish, L. 1988: A taxonomy of elusive populations. *American Statistical Association* 1988: Proceedings of the Section on Survey Research Methods:44-46.
- Klovdahl, A.S. 1989: Urban social networks: some methodological problems and possibilities. In: *The Small World*, ed. Kochen, M., Norwood, New Jersey, chapter 10.
- Klovdahl, A.S. 1992: Sampling social networks: a simple approach to a difficult question. Paper presented at the workshop on generalizability question for snowball and other ascending methodologies, University of Groningen, The Netherlands, February 20-21, 1992.
- Marsden, P.V. 1990: Network data and Measurement. *Annual Review of Sociology*. 16:435-463.

- Meter van, K.M. 1990a: Methodological and design issues: Techniques for assessing the representatives of snowball sampling. The collection and interpretation of data from hidden populations. NIDA Research Monograph 98, Rockville.
- Meter van, K.M. 1990b: Sampling and cross-classification analysis in international social research. Sage studies in international sociology. Newbury Park, CA:Sage.
- Spren, M. 1992: Rare populations, hidden populations, and link-tracing designs: what and why? Heymans Bulletins Psychologische Instituten R.U. Groningen, HB-92-1067-EX.
- Stenger, H., 1986: Stichproben. Physica Verlag Heidelberg.
- Sudman, S./Kalton G., 1986: New developments in the sampling of special populations. Annual Review of Sociology, 12:401-429.
- Sudman, S./Sirken, M.G./Cowan C.D., 1988: Sampling rare and elusive populations. Science, 240:991-995.
- TenHouten, W.D. 1992: Generalization and statistical inference from snowball samples. Paper presented at the workshop on generalizability question for snowball and other ascending methodologies, University of Groningen, The Netherlands, February 20-21, 1992.
- Watters, J.K./Biernacki P., 1989: Targeted sampling: Options for the study of hidden populations. Social problems, 36:416-430.
- Welch, S. 1975: Sampling by referral in a dispersed population. Public Opinion Quarterly, 39:237-245.